

Theorie der Unternehmung

17. Technologie

Analyse des Verhaltens von Unternehmen und den Beschränkungen natürlicher Art, denen sich ein Unternehmen gegenüber sieht. Einkaufspreise und Verkaufspreise werden als gegeben hingenommen (--> vollständige Konkurrenz)

17.1 Inputs und Outputs

Inputs in die Produktion werden als Produktionsfaktoren bezeichnet. Kapitalgüter sind Inputs in die Produktion, die ihrerseits produzierte Güter sind. Damit ist also nicht das Finanzkapital (Geld), das notwendig ist, um die Produktion aufrecht zu erhalten, gemeint. Inputs und Outputs werden als Stromgrößen betrachtet (Arbeitsstunden pro Woche, etc.) Weiterhin ist für uns nur die Menge an Input oder Output wichtig, nicht aber deren Art.

17.2 Beschreibung technologischer Beschränkungen

Natürlich gibt es für eine Unternehmung eine technologische Beschränkung. Nur gewisse Kombinationen und Mengen von Inputs führen zu einem gewissen Output. Die Menge aller durchführbaren Möglichkeiten wird als Produktionsmöglichkeitsmenge bezeichnet. Das entspricht graphisch der Fläche unter einer Kurve. Solange mit den Inputs und der Produktion für das Unternehmen Kosten verbunden sind, ist es logisch, den maximalen Output aus den gegebenen Inputs zu erzeugen. Daraus ergibt sich die Produktionsfunktion. Sie mißt also den maximalen Output, den man mit einer gegebenen Inputmenge erzeugen kann. Natürlich sind für eine Produktion mehrere Inputs notwendig. Im Falle von zwei Produktionsfaktoren, läßt sich mit Hilfe der Isoquante die Produktionsrelation darstellen. Die Punkte auf der Isoquante stellen dann alle möglichen Kombinationen der Produktionsfaktoren dar, die zum gleichen Outputniveau führen. Die Stellung der Isoquanten zueinander ist aber trotz einiger Ähnlichkeiten zu Indifferenzkurven ganz klar durch das Outputniveau gekennzeichnet.

17.3 Beispiele für Technologien

17.3.1 Konstante Proportionen

Produziere Erdlöcher. Inputfaktoren sind Arbeiter und Schaufeln. Hat man mehr Arbeiter als Schaufeln, so sind die überzähligen Arbeiter überflüssig (und umgekehrt). Das führt zu einer Produktionsfunktion der Form

$$f(x_1, x_2) = \min \{x_1, x_2\}$$

17.3.2 Perfekte Substitute

Es kommt nur auf die Summe der beiden Produktionsfaktoren an. Es ist egal, ob ich zu meiner Produktion Faktor 1 oder Faktor 2 verwende.

$$f(x_1, x_2) = x_1 + x_2$$

17.3.3 Cobb-Douglas

Eine Produktionsfunktion der Form $f(x_1, x_2) = A x_1^a x_2^b$ heißt Cobb-Douglas Produktionsfunktion. Der Parameter A stellt die Skalierung der Funktion dar. Wieviel Output erhält man bei Inputmengen von 1?

17.4 Eigenschaften der Technologie

Produktionsfunktionen sind monoton. Erhöht man die Menge eines Input kann man auf jeden Fall mindestens so viel produzieren wie vorher. Weiterhin sind Produktionsfunktionen konvex.

17.5 Das Grenzprodukt

Angenommen, es wird in einen Punkt (x_1, x_2) produziert. Wieviel mehr Output erhält man bei einer Erhöhung des Faktors 1 bei konstantem Faktor 2?

$$MP1 = dy/dx1 = [f(x1+dx1, x2) - f(x1, x2)] / dx1$$

MP1 wird als Grenzprodukt des Faktors 1 bezeichnet. Analog bildet sich das Grenzprodukt des Faktors 2. Das Grenzprodukt ist eine Änderungsrate: Der zusätzliche Output pro Einheit des zusätzlichen Inputs. Der Begriff des Grenzproduktes ist dem Begriff des Grenznutzens ähnlich, allerdings kommt es beim Grenzprodukt nicht nur auf die Ordnung an, da ja ein konkreter Output erzeugt wird.

17.6 Die technische Rate der Substitution

Wieviel mehr an Faktor 1 wird benötigt, wenn man etwas vom Faktor 2 aufgibt und dennoch das gleiche Outputniveau erreichen will? Die technische Rate der Substitution bezeichnet also das Austauschverhältnis der Faktoren 1 und 2. Die TRS mißt die Steigung der Isoquante in einem bestimmten Punkt.

$$TRS(x1, x2) = dx2/dx1 = - MP1(x1, x2) / MP2(x1, x2)$$

17.7 Abnehmendes Grenzprodukt

Solange eine monotone Technologie vorliegt, weiß man, daß der Output bei Erhöhung eines Inputs steigen wird. Das Gesetz des abnehmenden Grenznutzens besagt, daß die Outputsteigerung aber immer schwächer wird, je mehr Input man schon hat. Das Grenzprodukt des Faktors wird abnehmen, je mehr man von diesem Faktor einsetzt.

17.8 Abnehmende technische Rate der Substitution

Bewegt man sich auf einer Isoquante nach außen, so besagt das Gesetz der abnehmenden TRS, daß das Austauschverhältnis zwischen zwei Faktoren sich ändern wird. Je mehr ich von einem Faktor 1 einsetze, desto mehr muß ich mehr einsetzen, um eine gleiche Outputmenge zu produzieren. Daraus leitet sich ab, daß Isoquanten konvex sein müssen.

Die Abgrenzung der Begriffe Grenzprodukt und TRS: Das Grenzprodukt mißt eine Outputänderung bei Varianz eines Faktors und Konstanz des zweiten. Die TRS betrifft die Änderung des zweiten Faktors, wenn ich den ersten Faktor ändere und das Outputniveau konstant halte.

17.9 Langfristige und kurzfristige Produktion

Bei einer kurzfristig beobachteten Produktion wird mindestens ein Produktionsfaktor konstant gehalten, langfristig hingegen werden alle Produktionsfaktoren variabel. Kurz- und langfristig werden dabei eben genau so definiert, daß ein Faktor konstant gehalten, bzw. alle Faktoren variiert werden.

17.10 Skalenerträge

Man betrachte die Veränderung des Outputs, wenn man alle Inputs um einen Faktor x erhöht. Steigt die Outputmenge $f(x1, x2)$ ebenfalls um den Faktor x, spricht man von konstanten Skalenerträgen. (Kopierbarkeit der Produktion) Steigt die Outputmenge um mehr als den Faktor x, spricht man von steigenden Skalenerträgen. (Ölleitung: doppelt soviel Material, vierfacher Durchsatz) Steigt die Outputmenge um weniger als den Faktor x, handelt es sich um fallende Skalenerträge. Diese kommen aber eigentlich nur dann vor, wenn ein Produktionsfaktor konstant gehalten wird (→ kurzfristige Produktion) Es ist für eine Produktion durchaus möglich bei einer geringen Outputmenge steigende und irgendwann dann konstante Skalenerträge zu erhalten.

18. Gewinnmaximierung

Hier wird eine Möglichkeit gegeben, wie ein Unternehmen einen optimalen Produktionsplan auswählt. Dazu wird das Modell der Gewinnmaximierung verwendet. Voraussetzung ist auch hier der vollständige Konkurrenzmarkt. Das Unternehmen sieht sich festen Preisen bzgl. Inputs und Outputs gegenüber.

18.1 Gewinne

Gewinne sind definiert als Erlöse minus Kosten. Alle Inputs sind mit Ihren Opportunitätskosten (Was hätte man durch verpachten oder verkaufen erwirtschaften können?) zu bewerten, also auch die Arbeitskraft des Privatunternehmers, usw. Faktoreinsätze sind auch hier als Stromgrößen zu sehen (siehe Einleitung Kap. 17)

$$p = \sum_{i=1}^n p_i \cdot y_i - \sum_{i=1}^n w_i \cdot x_i$$

(p_i : Outputpreis; y_i : Outputgüter; w_i : Inputpreis; x_i : Inputfaktor)

18.2 Die Organisation der Unternehmungen

Allen drei Gesellschaftsarten ist das Ziel der Gewinnmaximierung gemein.

18.2.1 Einzelfirma

Einer einzelne Person gehört die Unternehmung.

18.2.2 Personengesellschaft

Eine Personengesellschaft ist im Besitz mehrerer Personen. Erlischt mit dem Tod eines Gesellschafters

18.2.3 Kapitalgesellschaft

Eine Kapitalgesellschaft ist im Besitz mehrerer Personen, hat aber zusätzlich eine eigene Rechtspersonlichkeit. Erlischt nicht im Todesfall eines Gesellschafters. Trennung von Eigentümern und Management (--> Prinzipal-Agenten Problem)

18.3 Gewinne und Bewertung am Aktienmarkt

Der Input einer Periode kann unter Umständen zu einem Output einer späteren Periode beitragen. Daher ist es wichtig, die Kosten- und Erlösströme im Zeitlauf zu betrachten. Der allgemeine Zinssatz gilt hier als Definition des natürlichen Preises der Produktion. In einer Welt der vollständigen Sicherheit stellt der Gegenwartswert der Gewinne den Gegenwartswert der Unternehmung dar. Das führt zu Erkenntnis, daß das Gewinnmaximierungsproblem auf den Aktienmarkt übertragbar ist. Denn am Aktienmarkt wird der Erwartungswert der Gewinne gehandelt. Also läßt sich das Gewinnmaximierungsproblem auch als Wertmaximierung am Aktienmarkt darstellen. Das gilt auch unter gewissen Beschränkungen auch noch in einer unsicheren Welt. Dennoch werden wir hier hauptsächlich einfache Modelle mit einem einzigen sicheren Output in einer einzigen Zeitperiode untersuchen.

18.4 Fixe und variable Faktoren

Fixe Faktoren sind solche Produktionsfaktoren, die unabhängig von der Produktion in einer fixen Menge eingesetzt werden müssen (Miete eines Gebäudes). Kann ein Faktor in verschiedenen Mengen eingesetzt werden, spricht man von variablen Faktoren. Langfristig kann sich ein Unternehmen immer entscheiden, null Inputs und Outputs zu verwenden (das Geschäft aufzugeben). Langfristig sind die geringsten Gewinne also null. Kurzfristig hingegen können Gewinne auch negativ sein (fixe Kosten).

Fixe Faktoren sind demnach Faktoren, für die ein Unternehmen auch bei einem Output gleich null zahlen muß. Es gibt noch die Gruppe der quasi-fixen Faktoren (Beleuchtung) die bei einem positiven Output in einer fixen Menge gezahlt werden muß, bei null Output jedoch nicht.

18.5 Kurzfristige Gewinnmaximierung

Man betrachtet das Gewinnmaximierungsproblem bei einem konstanten Faktor x_2 . Dann läßt sich das Problem darstellen als: (Gewinn = Erlös - Kosten)

maximiere $(x_1) p \cdot f(x_1, x_2) - w_1 x_1 - w_2 x_2$
(x_2 fix)

Im Gewinnmaximum gilt dann, daß der Wert des Grenzproduktes des Faktors 1 mal dem Outputpreis gleich dem Inputpreis des Faktors 1 ist. Wäre er höher, ließe sich der Gewinn durch Erhöhung des Input 1 erhöhen. Wäre der Wert des Grenzproduktes niedriger, müßte man das Inputniveau 1 senken.

$$p \cdot MP_1(x_1, x_2) = w_1$$

Man erhält damit auch die Gleichung der Isogewinnlinien:

$$y = p/p + (w_2/p)x_2 + (w_1/p)x_1$$

Die Steigung w_1/p haben alle Isogewinnlinien gemeinsam, sie unterscheiden sich lediglich durch den vertikalen Ordinatenabschnitt $p/p + (w_2/p)x_2$. Graphisch gesehen besteht das Gewinnmaximierungsproblem darin, jenen Punkt auf der Produktionsfunktion zu finden, der die höchste Isogewinnlinie tangiert. D.h. die Steigung der Isogewinnlinie ist gleich der Steigung der Produktionsfunktion.

$$w_1/p = MP_1$$

18.6 Komparative Statik

Wie ändert sich die Wahl von Inputs und Outputs, wenn die Preise der Inputs und der Outputs geändert werden? Wie ändert sich die Wahl des Faktors 1, wenn sich sein Preis ändert? Eine Preiserhöhung führt zu einer steileren Isogewinnlinie, der Berührungspunkt mit der Produktionsfunktion liegt weiter links, d.h. die Nachfrage nach Faktor 1 sinkt: Faktornachfragekurven verlaufen also fallend.

Sinkt der Outputpreis, wird die Isogewinnlinie ebenfalls steiler, die gewinnmaximale Menge des Faktors 1 wird sinken, bei einem konstanten Faktor 2 sinkt damit auch das Outputniveau: Angebotsfunktionen verlaufen also steigend.

Ändert sich der Preis des Faktors 2. Da es sich hier um eine kurzfristige Analyse handelt, konstanter Faktor 2, wird sich die Nachfrage nach diesem Faktor nicht ändern. Weder die optimale Wahl, noch das Angebot des Outputs ändert sich. lediglich die Gewinne des Unternehmens sinken.

18.7 Langfristige Gewinnmaximierung

Langfristig ändern sich alle Produktionsfaktoren. Das Gewinnmaximierungsproblem läßt sich nun wie folgt formulieren:

$$\text{maximiere } (x_1, x_2) \quad p \cdot f(x_1, x_2) - w_1 x_1 - w_2 x_2$$

Für jeden Faktor gilt jetzt:

$$p \cdot MP_1(x_1, x_2) = w_1$$

$$p \cdot MP_2(x_1, x_2) = w_2$$

Diese zwei Bedingungen ergeben zwei Gleichungen mit zwei Unbekannten. Löst man die Gleichungen nach der optimalen Faktoreinsatzmenge in Abhängigkeit der Preise auf, erhält man die Faktornachfragekurven.

18.8 Inverse Faktornachfragekurven

Faktornachfragekurven messen die Nachfrage in Abhängigkeit der Preise eines Faktors. Man findet diese Nachfrage, indem man für beliebige Preise (p, w_1, w_2) die Faktormengen (x_1, x_2) bestimmt, für die gilt, daß der Wert des Grenzproduktes gleich dem Preis des Faktors ist.

Inverse Faktornachfragekurven geben an, wie hoch der Preis des Faktors 1 sein muß, damit die Unternehmung eine bestimmte Nachfrage nach diesem Faktor hat. Dabei werden der Preis und die Menge des Faktors 2 konstant gehalten. Da das Grenzprodukt mit steigender Menge x_1 abnimmt, fallen inverse Faktornachfragekurven.

18.9 Gewinnmaximierung und Skalenerträge

Angenommen, ein Unternehmen produziert langfristig gewinnmaximal $y^* = f(x_1, x_2)$. Dann sind dessen Gewinne beschrieben durch: $\pi = p y^* - w_1 x_1 - w_2 x_2$

Was geschieht aber bei konstanten Skalenerträgen? Man verdoppele den Faktoreinsatz, dadurch stiege der Output ebenfalls auf das Doppelte und damit auch der Gewinn. Das widerspricht aber der Annahme. Letzendlich führt das zu dem Ergebnis, daß Unternehmen langfristig einen Gewinn von null erzielen. Das wird dadurch deutlich, daß Skalenerträge nur in einem gewissen Maß steigend sein können. Unendliche Expansion führt irgendwann zu sinkenden Skalenerträgen (aufwendigere Verwaltung, etc.), oder das Unternehmen steht irgendwann als Monopolist da, was es dazu veranlaßt, nicht mehr nach dem Prinzip der Gewinnmaximierung, wie es hier behandelt wird, zu handeln. Außerdem können bei konstanten Skalenerträgen auch Konkurrenten die Technologie kopieren, und somit der Preis des Outputs sinken.

18.10 Bekundete Gewinnerzielung

Die Wahl einer Unternehmung heißt erstens, daß der gewählte Plan eine Möglichkeit der Technologie darstellt und zweitens, daß der Plan mehr Gewinn erzielt als andere Pläne

Das schwache Axiom der Gewinnmaximierung besagt folgendes:

$$dp \cdot dy - dw_1 \cdot dx_1 - dw_2 \cdot dx_2 \geq 0$$

Also bei konstanten anderen Faktoren:

$$dp \cdot dy \geq 0$$

$$- dw_1 \cdot dx_1 \geq 0$$

Das implizieren schon die Beweise der Änderung einer Komponente in den vorangegangenen Kapiteln. Hier treten sie jedoch in aggregierter Form auf. Es zeigt sich, dass eine Entscheidung, die diesem Axiom genügt tatsächlich gewinnmaximierend ist. Auf diese Art kann man auch die Produktionsfunktion und damit die Technologie recht gut abschätzen. Durch dichte Annahmen wird die geschätzte Produktionsfunktion immer genauer bestimmbar. Man weiß ja schließlich nach dem Axiom, daß jeder optimale Punkt immer unterhalb der anderen Isogewinnlinien liegen muß. Durch Betrachtung mehrerer Isogewinnlinien ergibt sich eine Fächerstruktur. Die Begrenzung unterhalb der Struktur stellt dann die Produktionsmöglichkeitsmenge dar.

18.11 Kostenminimierung

Entscheidet sich ein Unternehmen für einen bestimmten Output y , dann muß es die Kosten für die Produktion von y minimieren. Daher ist es zweckmäßig, das Problem der Gewinnmaximierung in zwei Stufen zu unterteilen. Zuerst ermittelt man die für jedes Outputniveau y minimalen Kosten, dann berechnet man, welches Outputniveau tatsächlich gewinnmaximierend ist.

19. Kostenminimierung

Aus dem indirekten Ansatz zur Gewinnmaximierung, der Kostenminimierung kann man zusätzliche Erkenntnisse gewinnen. Dazu zerlegt man das Gewinnmaximierungsproblem in zwei Teile. Zuerst löst man das Problem, wie man die Kosten der Produktion bei einem gegebenen Outputniveau minimiert. Dann sucht man das Outputniveau mit dem höchsten Gewinn.

19.1 Kostenminimierung

Man sucht die billigste Art der Produktion. Mathematisch kann man dann das Kostenminimierungsproblem wie folgt notieren

$$\begin{aligned} &\text{minimiere } (x_1, x_2) \quad w_1 x_1 + w_2 x_2 \\ &\text{unter der Nebenbedingung } f(x_1, x_2) = y \end{aligned}$$

In die Kostenkalkulation müssen alle Kosten einbezogen werden (siehe letztes Kapitel). Die Lösung hängt dann also von (w_1, w_2, y) ab. $c(w_1, w_2, y)$ heißt Kostenfunktion. Sie mißt die minimalen Kosten, um y Einheiten bei den Faktorpreisen w_1 und w_2 zu produzieren. Will man alle Inputkombinationen, die die gleichen Kosten verursachen, als Kurve darstellen, so tut man das mit Hilfe der Isokostengeraden:

$$x_2 = C/w_2 - (w_1/w_2) \cdot x_1$$

Daher kann man das Kostenminimierungsproblem jetzt auch formulieren als Suche nach der Tangentiallösung zwischen Isoquante und Isokostengerade. D.h. am kostenminimalen Punkt gilt, daß die Steigung der Isoquante gleich der Steigung der Isokostengerade ist.

$$TRS(x_1, x_2) = - w_1/w_2$$

Die Wahl der Inputs, die kostenminimal sind, werden in der Regel von den Inputpreisen und von der Outputmenge abhängen. Man erhält die bedingten oder abgeleiteten Faktornachfragefunktionen $x_1(w_1, w_2, y)$ und $x_2(w_1, w_2, y)$. Dabei ist der Unterschied zwischen der bedingten und der gewinnmaximierenden Faktornachfrage zu beachten. Die bedingte Faktornachfrage beschreibt die kostenminimierende Entscheidung für ein gegebenes Outputniveau. Die gewinnmaximierende Faktornachfragefunktion gibt die gewinnmaximierende Inputwahl für einen gegebenen Outputpreis an.

19.1.1 Perfekte Komplemente

Produktionsfunktionen der Form $f(x_1, x_2) = \min \{x_1, x_2\}$. Die minimalen Produktionskosten errechnen sich durch: (Von jedem Faktor muß y vorliegen)

$$c(w_1, w_2, y) = w_1 y + w_2 y = (w_1 + w_2) y$$

19.1.2 Perfekte Substitute

Produktionsfunktionen der Form $f(x_1, x_2) = x_1 + x_2$. Die minimalen Kosten sind die Kosten bei gesamter Produktion aus einem Input (dem billigeren)

$$c(w_1, w_2, y) = \min\{w_1 y, w_2 y\} = \min\{w_1, w_2\} y$$

19.1.3 Cobb-Douglas Technologie

Produktionsfunktion: $f(x_1, x_2) = A x_1^a x_2^b$. Unter Anwendung der Differentialrechnung hat man eine Kostenfunktion der Form:

$$c(w_1, w_2, y) = K w_1^{a/a+b} w_2^{b/a+b} y^{1/a+b}$$

19.2 Bekundete Kostenminimierung

Angenommen, es seien zwei Preisvektoren (w_1, w_2) und (w_1', w_2') und die dazugehörigen Entscheidungen (x_1, x_2) und (x_1', x_2') , die beide zum gleichen Outputniveau führen. Beide sollen bei den entsprechenden Preisen kostenminimal sein. Dann gilt das schwache Axiom der Kostenminimierung.

$$dw_1 dx_1 + dw_2 dx_2 \leq 0$$

Also z.B. bei Konstanz der Werte des zweiten Faktors $dw_1 dx_1 \leq 0$. D.h. ein steigender Faktorpreis würde eine geringere Faktoreinsatzmenge verursachen.

19.3 Skalenerträge und Kostenfunktion

Skalenerträge stellen den Zusammenhang zwischen einem um den Faktor x erhöhten Input und dem resultierenden Output dar. Dieser kann stärker, gleich stark oder schwächer als der erhöhte Input ausfallen. Es gibt eine Beziehung zwischen der Art der Skalenerträge und dem Verlauf der Kostenfunktion einer Produktion. Im Fall konstanter Skalenerträge ist die Lösung des Kostenminimierungsproblem recht Trivial. Ausgehend von der Einheitskostenfunktion $c(w_1, w_2, 1)$ kann man einfach, um die billigste Methode zur Produktion vom Output y zu ermitteln, $c(w_1, w_2, 1)y$ berechnen.

Bei steigenden Skalenerträgen steigen die Kosten weniger als linear mit den Outputs. Produziert ein Unternehmen doppelt soviel Output, so tutz es das zu weniger als den doppelten Kosten. Oder anders gesagt, die doppelte Ausbringung läßt sich mit weniger als dem doppelten Faktoreinsatz erzeugen.

Bei einer Technologie mit abnehmenden Skalenerträgen steigen dementsprechend die Kosten mehr als linear in den Outputs, d.h. mit dem doppelten Faktoreinsatz läßt sich nicht die doppelte Ausbringung erreichen.

Hierzu kann man günstigerweise die Durchschnittskostenfunktion beobachten. Das sind die Kosten pro Einheit bei der Produktion vom Output y .

$$AC(y) = c(w_1, w_2, y)/y$$

Für konstante Skalenerträge gilt: $AC(w_1, w_2, y) = (c(w_1, w_2, 1)y)/y = c(w_1, w_2, 1)$

19.4 Langfristige und Kurzfristige Kosten

Die kurzfristige Kostenfunktion ist festgelegt durch die minimalen Kosten der Produktion, wobei nur die variablen Produktionsfaktoren angepaßt werden. Dementsprechend werden bei der langfristigen Kostenfunktion alle Faktoren angepaßt.

19.4.1 Kurzfristig lautet dann die Kostenfunktion:

$$c(y, x_2) = \min(x_1) w_1 x_1 + w_2 x_2 \quad (x_2 \text{ ist fix})$$

unter der Nebenbedingung $f(x_1, x_2) = y$

Bei zwei Faktoren ist das Problem einfach zu lösen: Man sucht einfach den kleinsten Wert von x_1 , so daß $f(x_1, x_2) = y$ gilt. Man erhält dann die kurzfristige Faktornachfrage als

$$x_1 = x_1(w_1, w_2, y)$$
$$x_2 = x_2$$

Durch die Definition der kurzfristigen Faktornachfrage gilt

$$c(y, x_2^*) = w_1 x_1(w_1, w_2, x_2^*, y) + w_2 x_2^*$$

19.4.2 Langfristig sieht die Kostenfunktion dann natürlich so aus:

$$c(y) = \min(w_1, w_2) w_1 x_1 + w_2 x_2$$

unter der Nebenbedingung $f(x_1, x_2) = y$

Man erhält dann die langfristige Faktornachfrage als

$$x_1 = x_1(w_1, w_2, y)$$

$$x_2 = x_2(w_1, w_2, y)$$

und die Kostenfunktion als

$$c(y) = w_1 x_1(w_1, w_2, y) + w_2 x_2(w_1, w_2, y)$$

19.4.3 Beziehung zwischen kurz- und langfristiger Kostenfunktion

Betrachtet man $x_1 = x_1(y)$ und $x_2 = x_2(y)$ so kann man die langfristige Kostenfunktion auch als kurzfristige Kostenfunktion der Form

$$c(y) = c_s(y, x_2(y))$$

betrachten. Die Minimalkosten bei Veränderbarkeit aller Faktoren sind einfach die Minimalkosten, wenn Faktor zwei auf dem Niveau das die langfristigen Kosten minimiert fixiert wird. Die Gleichung besagt im Grunde, daß die kostenminimierende Menge des variablen Faktors langfristig jener Betrag ist, den die Unternehmung wählen würde, wenn sie zufällig die langfristige kostenminimierende Menge des fixen Faktors hätte.

19.5 Fixe und quasi-fixe Kosten

Man kann (analog zum 18. Kapitel) auch fixe und quasi-fixe Kosten definieren. Demnach sind fixe Kosten solche Kosten, die mit fixen Faktoren assoziiert sind. Sie sind erstens unabhängig vom Outputniveau und müssen zweitens auch bezahlt werden, wenn der Output null ist. Quasi-fixe Kosten sind zwar auch unabhängig vom Outputniveau, müssen aber nicht gezahlt werden, wenn nichts produziert wird.

Langfristig gibt es also keine fixe Kosten. Es kann aber sehr wohl langfristig quasi-fixe Kosten geben. Müssen langfristig konstante Geldbeträge aufgewendet werden, um überhaupt produzieren zu können, spricht man von quasi-fixen Kosten.

20. Kostenkurven

Kostenkurven sind recht wichtig im Hinblick auf die optimale Wahl der Outputmenge aller kostenminimalen Kombinationen der Inputs, also dem zweiten Teil der Zerlegung des Gewinnmaximierungsprinzips.

20.1 Durchschnittskosten

Die Funktion $c(w_1, w_2, y)$ gibt die minimalen Kosten einer Produktion des Outputniveaus y an. Ab jetzt werden Faktorpreise als konstant angesehen, also verwenden wir $c(y)$. Die Kosten setzen sich zusammen aus Fixkosten und variablen Kosten.

$$c(y) = cv(y) + F$$

Die Durchschnittskostenfunktion mißt die Kosten je Outputeinheit. Dementsprechend gibt es die Funktion der durchschnittlichen variablen Kosten und die Funktion der durchschnittlichen fixen Kosten.

$$AC(y) = cv(y)/y + F/y = AVC(y) + AFC(y)$$

Die durchschnittlichen variablen Kosten fallen evtl. zunächst steigen aber ab einem bestimmten Punkt an. Denn wenn es fixe Faktoren gibt, werden diese irgendwann den Produktionsprozeß beschränken. Die durchschnittlichen fixen Kosten hingegen werden fallen und sich null annähern. Die sich aus der Summe ergebenden Durchschnittskostenfunktion hat daher die typische U-Form.

20.2 Grenzkosten

Die Grenzkostenkurve gibt die Änderung der Kosten für eine gegebene Outputänderung an.

$$MC(y) = dc(y) / dy = [c(y+dy) - c(y)] / dy$$

Für die erste produzierte Einheit gilt $MC(y) = AVC(y)$. Produziert man generell in einem Bereich, in dem die durchschnittlichen variablen Kosten fallen, heißt das, daß die Grenzkosten in diesem Bereich kleiner sind als die durchschnittlichen variablen Kosten (und umgekehrt). Das impliziert, daß die Grenzkostenkurve die AVC-Kurve in deren Minimum schneiden muß. Genau das gleiche gilt für die AC-Kurve. Auch sie wird von der MC-Kurve in ihrem eigenen Minimum geschnitten.

20.3 Grenzkosten und variable Kosten

Die Fläche unter der Grenzkostenkurve bis y gibt die variablen Kosten der Erzeugung des Output y an. Produziert man z.B. in mehreren Fabrikgebäuden, so sind die Grenzkosten beider Fabriken gleich (variable Kosten sind ja Fläche unter der Grenzkostenkurve) Die zu jeder Höhe der Grenzkosten c erzeugte Outputmenge ist einfach die Summe der Outputs, bei denen die Grenzkosten aller Fabriken gleich sind.

20.4 Langfristige Kosten

Langfristig kann ein Unternehmen das Niveau seiner fixen Kosten bestimmen - sie sind nicht mehr fix. Allerdings kann es sehr wohl noch quasi-fixe Kosten geben. Die langfristige Kostenfunktion ist einfach die kurzfristige Kostenfunktion, bewertet bei optimaler Wahl des fixen Faktors.

$$c(y) = c_s(y, k(y))$$

Das bedeutet aber schlußendlich auch, daß die Unternehmung durch Anpassung der Fabrikgröße mindestens so günstig handeln kann, wie bei einer fixen Größe Daher gilt:

$$c(y) \leq c_s(y, k^*)$$

Für ein bestimmtes Niveau von y wird dann aber gelten

$$c(y^*) = c_s(y^*, k^*)$$

Dann sind bei y^* langfristige und kurzfristige Kosten gleich. Das impliziert dann, daß die kurzfristige Durchschnittskostenkurve immer über der langfristige Durchschnittskostenkurve liegen muß, und daß sie sich in einem Punkt y^* berühren. Natürlich gibt es mehrere kurzfristige Durchschnittskostenkurven, so daß die langfristige Durchschnittskostenkurve insgesamt die untere Umhüllende der kurzfristigen Durchschnittskostenkurven ist.

20.5 Diskretionäre Fabriksgrößen

Was geschieht, wenn nur einige wenige Inputniveaus zur Verfügung stehen? Dann wählt man für jedes Outputniveau y einfach die Fabrikgröße, die den Output zu den geringsten Kosten erzeugt. Die langfristige Durchschnittskostenfunktion verläuft dann abschnittsweise auf den kurzfristigen Durchschnittskostenfunktionen.

20.6 Langfristige Grenzkosten

Für Diskretionäre Fabriksgrößen besteht die langfristige Grenzkostenkurve aus den zugehörigen Abschnitten der kurzfristigen Grenzkostenkurven. Für den kontinuierlichen Fall müssen die langfristigen Grenzkosten des Outputniveaus y jenen kurzfristigen Grenzkosten gleich sein, die der optimalen Fabrikgröße zur Produktion von y entsprechen.

